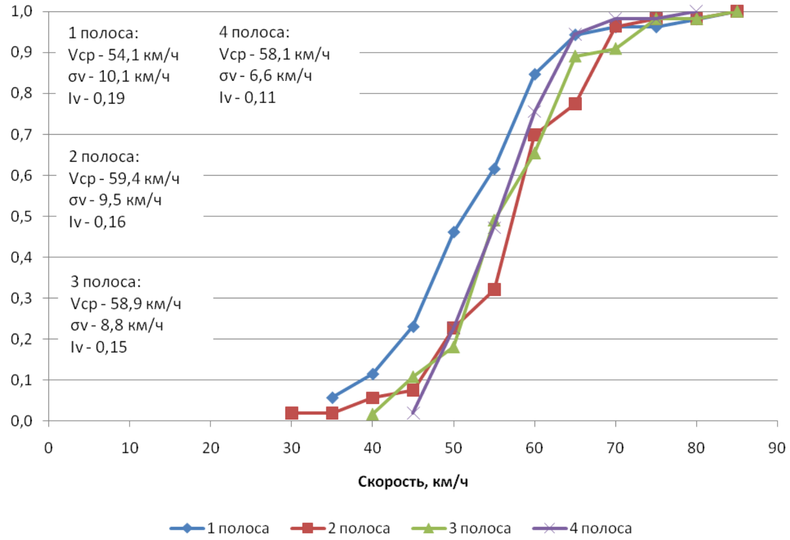

Рис. 10. Кумулятивные кривые распределения скоростей движени

Заключение. Разработана усовершенствованная модель распада координированной пачки при движении по магистральной улице, отражающая физический смысл распада пачки и учитывающая изменение состава транспортного потока, количество перестроений, осуществляемых автомобилями при движении в потоке, изменение скоростей движения и равномерность движения автомобилей. Результаты теоретических и экспериментальных данных имеют лучшую, чем предыдущая модель, сходимость.

Разработанная модель распада координируемой пачки при движении вдоль магистральной улицы может использоваться в САПР автоматизированной системы управления дорожным движением для разработки алгоритмов, учитывающих сдвиги времени включения разрешающих сигналов на светофорных объектах при координируемом регулировании без установки дополнительных детекторов транспорта.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Врубель, Ю.А. Организация дорожного движения: в 2 ч. / Ю.А. Врубель. – Минск: Белорусский фонд безопасности дорожного движения, 1996. – 634 с.
2. Дрю, Д. Теория транспортных потоков и управление ими / Д. Дрю; пер. с англ. – М.: Транспорт, 1972. – 424 с.
3. Иносэ, Х. Управление дорожным движением; пер. с англ. / Х. Иносэ, Т. Хамада – М.: Транспорт, 1983. – 248 с.
4. Капитанов, В.Т. Управление транспортными потоками в городах / В.Т. Капитанов, Е.Б. Хилажев – М.: Транспорт, 1985. – 144 с.
5. Кременец, Ю.А. Технические средства регулирования дорожного движения / Ю.А. Кременец, М.П. Печерский. – М.: Транспорт, 1981. – 252 с.
6. Pacey, G. M. The Progress of a Bunch of Vehicles Released from a Traffic Signal. Research Note №. Rn/2665/GMP. Road Research Laboratory, London (mimeo), 1956. – P.15–17.
7. D.I.Robertson. Transyt: a traffic network study tool. RRL Report LR 253, 1969. – P. 64–63.
8. Volz, M.A. Kansas Speedway Event Management Using ITS / M.A. Volz and B.J. Nicholson. – Research Council: Washington, D.C., 2003. – 143 pp.
9. Schuman, R. and Sherer, E. 511 Deployment Conference, Scottsdale, Arizona, Marc 2002. “Inside ITS,” Volume 13, No. 7 April 1, 2003 – p. 3.
10. Gartner, N. Optimization of traffic signal settings in networks by mixed-integer linear programming / N. Gartner, T.D.C. Little, H. – Gabbay: Cambrige (mass), 1974 – p.12.
11. Newell, G.F. Sinchronization of traffic lights for high flow Quarterly of applied mathematics 21, 1964. – p. 31.
12. Пржибыл, П. Телематика на транспорте / П. Пржибыл, М. Свитек. – М.: МАДИ (ГТУ), 2003. – 540 с.
13. Теленик, С.Ф. Концепция моделирования и управления движением автотранспортных средств // Автомобильный транспорт / С.Ф. Теленик, В.Н. Томашевский – Сб. науч. трудов. – Вып. 1, 1998. – Харьков: ХГАДТУ. – С. 98–100.
14. Горлов, Ю.Г. Имитационное моделирование дорожного движения по транспортной сети промышленного центра // Материалы НТС: Современная миссия технических университетов в развитии инновационных территорий. – Варна, 2004. – С. 125–135.

Материал поступил в редакцию 08.11.10

KUHARENOK G.M., KAPSKY D.V., NAVOJ D.V., ROZHANSKY D.V., SHUTS V.N. Research of disintegration mechanism of a coordinated vehicle platoon driving on an arterial highway link

The analysis micro- and macro- models of movement of a road transport stream is made. On the basis of the analysis the best model adequately reflecting specificity of movement of cars in a road stream is established. For coordination the disintegration model coordination’s packs of cars is developed at movement along a highway. Results of experimental and theoretical researches are resulted. Directions of the further researches under the account of the specific conditions influencing road disintegration of a pack are defined.

УДК 519.6 + 517.983.54

Матысик О.В., Дерачиц Н.А.

АПРИОРНЫЙ ВЫБОР ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ В ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЕ НЕЯВНОГО ТИПА РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Постановка задачи. В гильбертовом пространстве H решается операторное уравнение I рода

$$Ax = y \qquad (1)$$

Матысик Олег Викторович, *к.ф-м.н., доцент, заведующий кафедрой алгебры и геометрии Брестского государственного университета имени А.С.Пушкина.*
Беларусь, БрГУ им. А.С. Пушкина, 224665, г. Брест, б-р Космонавтов, 21.
Дерачиц Н.А., *ассистент кафедры высшей математики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

с положительным ограниченным самосопряженным оператором A, для которого нуль не является собственным значением. Однако предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора A, поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна. Для решения задачи предлагается неявный итерационный метод

$$\left(E+\alpha A^3\right)x_{n+1}=x_n+\alpha A^2 y,\quad x_0=0. \qquad (2)$$

Предполагая существование единственного точного решения x уравнения (1) при точной правой части y, ищем его приближение $x_{n,\delta}$ при приближенной правой части y_δ, $\|y-y_\delta\|\le\delta$. В этом случае метод (2) примет вид

$$\left(E+\alpha A^3\right)x_{n+1,\delta}=x_{n,\delta}+\alpha A^2 y_\delta,\quad x_{0,\delta}=0. \qquad (3)$$

Ниже, под сходимостью метода (3) понимается утверждение о том, что приближения (3) сколь угодно близко подходят к точному решению x операторного уравнения (1) при подходящем выборе n и достаточно малых δ. Иными словами, метод (3) является сходящимся, если $\lim\limits_{\delta\to 0}\left(\inf\limits_n\left(\|x-x_{n,\delta}\|\right)\right)=0$.

Сходимость метода при точной правой части уравнения

Т е о р е м а 1. Итерационный метод (2) при условии $\alpha>0$ сходится в исходной норме гильбертова пространства.

Д о к а з а т е л ь с т в о.

Покажем по индукции, что

$$x_n=A^{-1}\left[E-\left(E+\alpha A^3\right)^{-n}\right]y. \qquad (4)$$

Из (2) и из (4) $x_1=\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}\alpha A^2 y$, следовательно, при $n=1$ формула (4) верна. Предположим, что она справедлива при $n=m$, т.е. $x_m=A^{-1}\left[E-\left(E+\alpha A^3\right)^{-m}\right]y$ и докажем, что (4) верна при $n=m+1$:

$$\left(E+\alpha A^3\right)x_{m+1}=x_m+\alpha A^2 y=$$
$$=A^{-1}\left[E-\left(E+\alpha A^3\right)^{-m}\right]y+\alpha A^2 y=A^{-1}y+\alpha A^2 y-$$
$$-A^{-1}\left(E+\alpha A^3\right)^{-m}y,$$

отсюда имеем

$$x_{m+1}=A^{-1}\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}y-A^{-1}\left(E+\alpha A^3\right)^{-(m+1)}y+$$
$$+\alpha A^2\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}y=A^{-1}\left(E+\alpha A^3\right)\left(E+\alpha A^3\right)^{-1}y-$$
$$-A^{-1}\left(E+\alpha A^3\right)^{-(m+1)}y=A^{-1}\left[E-\left(E+\alpha A^3\right)^{-(m+1)}\right]y.$$

Следовательно, формула (4) справедлива.

Используя интегральное представление самосопряженного оператора $A=\int\limits_0^M\lambda dE_\lambda$ ($M=\|A\|$, $E_\lambda-$ спектральная функция), имеем

$$x-x_n=A^{-1}y-A^{-1}\left[E-\left(E+\alpha A^3\right)^{-n}\right]y=$$
$$=A^{-1}\left(E+\alpha A^3\right)^{-n}y=\int\limits_0^M\lambda^{-1}\frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}dE_\lambda y=$$
$$=\int\limits_0^\varepsilon\lambda^{-1}\frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}dE_\lambda y+\int\limits_\varepsilon^M\lambda^{-1}\frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}dE_\lambda y.$$

Потребуем, чтобы при $\lambda\in(0,M]$ выполнялось

$$\alpha>0. \qquad (5)$$

Тогда $\dfrac{1}{1+\alpha\lambda^3}\le q<1$ и, следовательно,

$$\left\|\int\limits_\varepsilon^M\lambda^{-1}\frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}dE_\lambda y\right\|\le q^n\left\|\int\limits_\varepsilon^M\lambda^{-1}dE_\lambda y\right\|=$$
$$=q^n\left\|\int\limits_\varepsilon^M dE_\lambda x\right\|\le q^n\|x\|\to 0,\ n\to\infty.$$

$$\left\|\int\limits_0^\varepsilon\lambda^{-1}\frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}dE_\lambda y\right\|\le\left\|\int\limits_0^\varepsilon dE_\lambda x\right\|=\|E_\varepsilon x\|\to 0,$$

так как при $\varepsilon\to 0$ E_ε сильно стремится к нулю в силу свойств спектральной функции. Таким образом, доказано, что $\|x-x_n\|\to 0$, $n\to\infty$, т.е. что метод (2) при условии (5) сходится. Теорема 1 доказана.

Оценка скорости сходимости. Скорость убывания к нулю $\|x-x_n\|$ неизвестна и может быть сколь угодно малой. Для ее оценки предположим, что точное решение уравнения (1) истокообразно представимо, т. е. $x=A^s z,\ s>0$. Тогда $x-x_n=\int\limits_0^M\lambda^s\dfrac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}dE_\lambda z$. Найдём максимум подынтегральной функции $f(\lambda)=\lambda^s\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{-n}$. Приравняв нулю производную от $f(\lambda)$, получим уравнение для нахождения стационарных точек функции $f(\lambda)$:

$$\lambda^{s-1}\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{-n-1}\left[s\left(1+\alpha\lambda^3\right)-3n\alpha\lambda^3\right]=0.$$

Здесь $\lambda\ne 0$, так как в противном случае $f(\lambda)=0$. Поэтому $s\left(1+\alpha\lambda^3\right)-3n\alpha\lambda^3=0$. Отсюда $\lambda_*=\left(\dfrac{s}{(3n-s)\alpha}\right)^{1/3}-$ стационарная точка функции $f(\lambda)$ при $3n>s$. Поскольку $f''(\lambda_*)<0$, то λ_*- точка максимума для $f(\lambda)$. Найдём его:

$$f(\lambda_*)=\left[\frac{s}{(3n-s)\alpha}\right]^{s/3}\left[1+\frac{s}{3n-s}\right]^{-n}=$$
$$=s^{s/3}\alpha^{-s/3}(3n-s)^{n-s/3}(3n)^{-n}=\left(\frac{s}{3n\alpha}\right)^{s/3}\left(1+\frac{s}{3n-s}\right)^{\frac{-(3n-s)}{3}}<$$
$$<\left(\frac{s}{3n\alpha}\right)^{s/3}2^{-s/3}=\left(\frac{s}{6n\alpha}\right)^{s/3}.$$

Нетрудно проверить, что найденный для функции $f(\lambda)$ максимум является глобальным на отрезке $[0,M]$. Таким образом, $\|x-x_n\|\le s^{s/3}(6n\alpha)^{-s/3}\|z\|$.

Сходимость метода при приближенной правой части уравнения. Покажем, что при условии (5) метод (3) можно сделать сходящимся, если нужным образом выбрать число итераций n в зависимости от уровня погрешности δ приближенной правой части операторного уравнения (1). Рассмотрим разность $x - x_{n,\delta} = (x - x_n) + (x_n - x_{n,\delta})$. По доказанному в разделе 2 $x - x_n \to 0,\ n \to \infty$. Убедимся, что $x_n - x_{n,\delta}$ можно сделать сходящимся к нулю. Воспользовавшись интегральным представлением самосопряженного оператора, имеем

$$x_n - x_{n,\delta} = A^{-1}\left[E - \left(E + \alpha A^3\right)^{-n}\right](y - y_\delta) =$$

$$= \int_0^M \lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right] dE_\lambda (y - y_\delta).$$

Оценим сверху подынтегральную функцию

$g_n(\lambda) = \lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^n}\right] \ge 0$ при (5).

При $n = 1$ $g_1(\lambda) = \frac{\alpha\lambda^2}{1+\alpha\lambda^3}$. Её производная равна $g_1'(\lambda) = \frac{\alpha\lambda\left(2-\alpha\lambda^3\right)}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^2}$, следовательно, $\lambda^* = \left(\frac{2}{\alpha}\right)^{1/3}$ – стационарная точка для функции $g_1(\lambda)$. Поскольку $g_1''\left(\lambda^*\right) < 0$, то λ^*– точка максимума функции $g_1(\lambda)$ и $\max\limits_{[0,M]} g_1(\lambda) = g_1\left(\lambda^*\right) \le \alpha^{1/3}$.

Докажем по индукции, что при $n \in N$

$$g_n(\lambda) = \left|g_n(\lambda)\right| \le 3n^{1/3}\alpha^{3}. \tag{6}$$

При $n = 1$ неравенство (6) проверено выше. В дальнейшем будем считать $n \ge 2$. Предположим, что (6) верно при $n = m$, т.е. $g_m(\lambda) \le 3m^{1/3}\alpha^{1/3}$, и рассмотрим

$$g_{m+1}(\lambda) = \lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m+1}}\right] = \lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m}}\right] +$$

$$+\lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m+1}}\right] - \lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m}}\right] \le$$

$$\le 3m^{1/3}\alpha^{1/3} + \frac{\alpha\lambda^2}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m+1}}.$$

Покажем, что

$$3m^{1/3}\alpha^{1/3} + \frac{\alpha\lambda^2}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m+1}} \le 3(m+1)^{1/3}\alpha^{1/3}, \tag{7}$$

что равносильно неравенству $\frac{\alpha\lambda^2}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m+1}} \le 3\left(\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m}\right)\alpha^{1/3}$. Отсюда $\frac{\alpha^{2/3}\lambda^2}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m+1}} \le 3\left(\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m}\right)$. Имеем

$$\sqrt[3]{m+1} = \sqrt[3]{m\left(1+\frac{1}{m}\right)} = \sqrt[3]{m}\left\{1 + \frac{1}{3m} + \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)}{2!m^2} + \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{3}-2\right)}{3!m^3} + \right.$$

$$+\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{3}-2\right)\left(\frac{1}{3}-3\right)}{4!m^4} + \ldots + \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)\ldots\left[\frac{1}{3}-(2p-2)\right]}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2p-1)\cdot m^{2p-1}} +$$

$$\left. + \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)\ldots\left[\frac{1}{3}-(2p-2)\right]\cdot\left[\frac{1}{3}-(2p-1)\right]}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2p-1)\cdot 2p\cdot m^{2p}} + \ldots\right\}.$$

Покажем, что каждый положительный член ряда больше модуля следующего за ним отрицательного члена, т.е.

$$\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)\ldots\left[\frac{1}{3}-(2p-2)\right]}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2p-1)\cdot m^{2p-1}} > \left|\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)\ldots\left[\frac{1}{3}-(2p-2)\right]\cdot\left[\frac{1}{3}-(2p-1)\right]}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2p-1)\cdot 2p\cdot m^{2p}}\right|,$$

что равносильно $1 > \frac{\left|\frac{1}{3}-(2p-1)\right|}{2pm}$ или $\frac{2p-\frac{4}{3}}{2pm} < 1$, а это уже очевидно при $m \ge 1$. Следовательно,

$$\sqrt[3]{m+1} > \sqrt[3]{m}\left(1 + \frac{1}{3m} - \frac{1}{9m^2}\right).$$

Вернемся к доказательству неравенства (7). Поскольку (см. раздел 3) $\frac{\lambda^2}{\left(1+\alpha\lambda^3\right)^{m+1}} \le 2^{2/3}\left[6(m+1)\alpha\right]^{-2/3}$, то вместо (7) докажем более сильное неравенство

$$2^{2/3}\left[6(m+1)\alpha\right]^{-2/3}\alpha^{2/3} \le 3m^{1/3}\left(\frac{1}{3m} - \frac{1}{9m^2}\right). \tag{8}$$

Преобразуем его:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2/3}(m+1)^{-2/3}2^{-2/3} \le 3m^{1/3}\frac{1}{3m}\left(1 - \frac{1}{3m}\right).$$

Поскольку $\left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} < 1$, то докажем более сильное неравенство $(m+1)^{-2/3}2^{-2/3} \le m^{-2/3}\left(1 - \frac{1}{3m}\right)$, что то же самое

$$1 \le 2^{2/3}\left(\frac{m+1}{m}\right)^{2/3}\left(1 - \frac{1}{3m}\right),\ m \ge 2.$$

При $m \ge 2$ $2^{2/3}\left(\frac{m+1}{m}\right)^{2/3}\left(1 - \frac{1}{3m}\right) \ge \frac{5}{6}\cdot 3^{2/3} > 1$. Значит, неравенство (8) выполняется и, тем более, справедливо неравенство (7). Таким образом, для $n \ge 1$ справедлива оценка (6), т.е. $g_n(\lambda) \le 3n^{1/3}\alpha^{1/3},\ n \ge 1$. Отсюда $\left\|x_n - x_{n,\delta}\right\| \le 3n^{1/3}\alpha^{1/3}\delta,\ n \ge 1$.

Поскольку

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\| \le \left\|x - x_n\right\| + \left\|x_n - x_{n,\delta}\right\| \le \left\|x - x_n\right\| + 3n^{1/3}\alpha^{1/3}\delta$$

и $\left\|x - x_n\right\| \to 0,\ n \to \infty$, то для сходимости метода (3) достаточно выбрать $n(\delta)$, зависящим от δ так, чтобы $n^{1/3}\delta \to 0, \quad n \to \infty, \quad \delta \to 0$. Итак, доказана

Теорема 2. При условии (5) итерационный метод (3) сходится, если число итераций n выбирать из условия $n^{1/3}\delta \to 0, \quad n \to \infty, \quad \delta \to 0$.

Оценка погрешности метода и ее оптимизация. Запишем теперь общую оценку погрешности метода (3)

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\| \le \left\|x - x_n\right\| + \left\|x_n - x_{n,\delta}\right\|$$

$$\le s^{s/3}\left(6n\alpha\right)^{-s/3}\left\|z\right\| + 3\left(n\alpha\right)^{1/3}\delta,\ n \ge 1. \qquad (9)$$

Следовательно, справедлива

Теорема 3. Если решение x уравнения (1) истокообразно представимо, то при условии (5) для метода (3) справедлива оценка погрешности (9).

Для минимизации полученной оценки погрешности вычислим правую часть оценки (9) в точке, в которой производная от неё равна нулю; в результате получим априорный момент останова

$$n_{\text{опт}} = 2^{-s/(s+1)}\left(\frac{s}{3}\right)^{(s+3)/(s+1)}\alpha^{-1}\left\|z\right\|^{3/(s+1)}\delta^{-3/(s+1)}. \qquad (10)$$

Подставив $n_{\text{опт}}$ в оценку (9), имеем

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\|_{\text{опт}} \le (1+s)\cdot 2^{-s/3(s+1))}\left(\frac{s}{3}\right)^{(-2s)/(3(s+1))}\delta^{s/(s+1)}\left\|z\right\|^{1/(s+1)}. \qquad (11)$$

Итак, доказана

Теорема 4. Оптимальная оценка погрешности для метода (3) имеет вид (11) и получается при $n_{опт}$ из (10).

Замечание 1. Оценка погрешности (11) имеет порядок $O\left(\delta^{s/(s+1)}\right)$, и как следует из [1], он является оптимальным в классе задач с истокопредставимыми решениями $x = A^s z,\ s > 0$.

Замечание 2. Оптимальная оценка (11) не зависит от α, но от параметра α зависит $n_{опт}$, поэтому для уменьшения объема вычислительной работы следует брать α, удовлетворяющим условию (5) и так, чтобы $n_{опт} = 1$. Для этого достаточно выбрать

$$\alpha_{\text{опт}} = \left(\frac{s}{3}\right)^{(s+3)/(s+1)} 2^{-s/(s+1)}\left\|z\right\|^{3/(s+1)}\delta^{-3/(s+1)}.$$

Сравнение метода (3) с широко известным явным методом итераций [1–5]

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} + \alpha\left(y_\delta - Ax_{n,\delta}\right),\ \ x_{0,\delta} = 0 \qquad (12)$$

показывает, что порядки их оптимальных оценок одинаковы. Достоинство явных методов в том, что явные методы не требуют обращения оператора, а требуют только вычисления значений оператора на последовательных приближениях. В этом смысле явный метод (12) предпочтительнее неявного метода (3). Однако неявный метод (3) обладает следующим важным достоинством. В явном методе (12) на параметр α накладывается ограничение сверху – неравенство $0 < \alpha \le \frac{5}{4\left\|A\right\|}$, что может привести на практике к необходимости большого числа вычислений. В неявном методе (3) ограничений сверху на $\alpha > 0$ нет. Это позволяет считать $\alpha > 0$ произвольно большим (независимо от $\left\|A\right\|$). В связи с чем оптимальную оценку для метода (3) можно получить уже на первом шаге итераций.

Погрешность в счете. Рассмотрим погрешность метода (3) при счете с округлениями. Пусть $x_{n,\delta}$ – точное значение, полученное по формуле (3), а z_n – значение с учетом вычислительной погрешности, т.е.

$$z_{n+1} = \left(E + \alpha A^3\right)^{-1}\left[z_n + \alpha A^2 y_\delta\right] + \alpha\gamma_n, \quad z_0 = 0. \qquad (13)$$

Здесь γ_n – погрешность вычислений. Обозначим $\varepsilon_n = z_n - x_{n,\delta}$ и вычтем из (13) равенство (3). Имеем $\varepsilon_{n+1} = \left(E + \alpha A^3\right)^{-1}\varepsilon_n + \alpha\gamma_n, \quad \varepsilon_0 = 0$. Так как нулевые приближения равны нулю, то $\gamma_0 = 0$. По индукции нетрудно получить, что

$$\varepsilon_n = \sum_{i=0}^{n-1}\left(E + \alpha A^3\right)^{-(n-1-i)}\alpha\gamma_i.$$

В силу (5) и тому, что $0 \in Sp\,A$ справедливо $\left\|\left(E + \alpha A^3\right)^{-1}\right\| \le 1$, поэтому $\left\|\varepsilon_n\right\| \le n\alpha\gamma, \quad \gamma = \sup_i\left|\gamma_i\right|$.

Таким образом, с учетом вычислительной погрешности оценка погрешность метода (3) запишется в виде

$$\left\|x - z_n\right\| \le \left\|x - x_{n,\delta}\right\| + \left\|x_{n,\delta} - z_n\right\| \le \left(\frac{s}{6n\alpha}\right)^{s/3}\left\|z\right\| +$$

$$+3\left(n\alpha\right)^{1/3}\delta + n\alpha\gamma,\ n \ge 1.$$

Предложенный метод может быть применён для решения прикладных некорректных задач, которые встречаются в динамике и кинетике, математической экономике, геофизике, спектроскопии, системах полной автоматической обработки и интерпретации экспериментов, диагностике плазмы.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Вайникко, Г.М. Итерационные процедуры в некорректных задачах // Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. – М.: Наука, 1986. – С. 178.
2. Матысик, О.В. О регуляризации операторных уравнений в гильбертовом пространстве// Доклады НАН Беларуси. – 2005. – Т. 49, № 3. – С. 38–43.
3. Константинова, Я.В. Оценки погрешности в методе итераций для уравнений I рода // Я.В. Константинова, О.А. Лисковец // Вестник Белорусского ун-та. Сер. 1. – 1973. – № 1. – С. 9–15.
4. Самарский, А.А. Численные методы решения обратных задач математической физики // А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – С. 480.
5. Лаврентьев, М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики // М.М. Лаврентьев. – Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. – С. 92.

Материал поступил в редакцию 04.10.10

MATYSIK O.V., DERACHIC N.A. Apriori choice of number of iterations in the iteration procedure of non-evident type of the decision of the linear equations

In the Hilbert space to solve of the linear operator equations with limited affirmated self-adjoned operator we investigate the application of the non-evident iteration method. Convergence of the method in its initial norm of Gilbert space is proved. The apriori estimations of this method error, having a precise and approximate right-side part of the operator equation, the error in calculation have been received. For the offered method the found estimations of the error are optimised.